



**CONCOURS D'ADMINISTRATEUR-ADJOINT
2010-2011**

DIRECTION DES
RESSOURCES HUMAINES
ET DE LA FORMATION

Épreuve d'admissibilité

2 février 2011

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

(durée 3 heures – coefficient 3)

Le sujet comporte six exercices indépendants que chaque candidat peut traiter dans l'ordre de son choix.

Tous les résultats devront être justifiés par un raisonnement ou un calcul explicite.

N.B. : Pour cette épreuve, est autorisé l'usage d'une calculatrice de poche, y compris d'une calculatrice programmable et alphanumérique, à fonctionnement autonome, sans imprimante, sans document d'accompagnement et de format maximum 21 cm X 15 cm de large (non fournie par le Sénat).



ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Exercice 1 (4 points)

Une administration a équipé chacun de ses agents d'un téléphone portable. Le service du matériel a distribué 3 types d'appareils. Parmi l'ensemble du personnel, 25 % des agents ont été dotés d'un téléphone de type a, 35 % d'un téléphone de type b et ceux restant d'un téléphone de type c.

Au bout de quelques semaines, une enquête de satisfaction a été réalisée, dans laquelle se sont déclarés satisfaits :

- 92 % des agents ayant reçu un appareil de type a,
- 64 % des agents ayant reçu un appareil de type b,
- 80 % des agents ayant reçu un appareil de type c.

Les questions 1) et 2) de cet exercice peuvent être traitées de manière indépendante.

1) On choisit un agent au hasard parmi l'ensemble du personnel.

On note A l'événement « l'agent choisi a reçu un téléphone de type a ». On note de même B « l'agent choisi a reçu un téléphone de type b » et C « l'agent choisi a reçu un téléphone de type c ». On note S l'événement « l'agent choisi est satisfait de sa dotation ».

- a) Déterminer la probabilité de choisir un agent ayant reçu un téléphone de type a et satisfait de cette dotation.
- b) Déterminer la probabilité de choisir un agent satisfait du téléphone qu'il a reçu.
- c) Justifier l'affirmation suivant laquelle il y a moins de 30 % d'agents ayant reçu un téléphone de type b parmi les personnes satisfaites.
- d) Calculer la probabilité de choisir un agent qui a reçu un appareil de type c, sachant qu'il n'est pas satisfait de son téléphone.

- 2) On suppose désormais qu'il y a 1 500 agents dans cette administration.
- a) Déterminer le nombre d'agents qui ont reçu un téléphone de type b et qui sont satisfaits de cette dotation.
 - b) Déterminer le nombre de personnes insatisfaites de l'appareil qu'elles ont reçu.

Pour chaque question, on donnera le détail des calculs. On arrondira les résultats au millième le plus proche.

Exercice 2 (2,5 points)

On rappelle que, pour tout réel x différent de 1 et pour tout entier naturel n , on a :

$$1 + x + x^2 + \dots + x^n = \frac{x^{n+1} - 1}{x - 1}$$

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis à l'euro le plus proche.

On considère un ensemble de salariés dont les revenus du travail augmentent chaque année de 2 % pendant 30 ans. On suppose que les revenus annuels sont versés en début d'année, le 1^{er} janvier.

- 1) On considère un salarié dont le revenu annuel en 2011 est de 14 400 €.
 - a) Quel sera son revenu annuel en 2015 ? en 2040 ?
 - b) Calculer le montant total des revenus perçus par ce salarié pendant 30 ans, entre 2011 et 2040.
- 2) On considère maintenant un autre salarié dont le revenu annuel aura atteint 60 000 € en 2040.
Calculer le montant de ses revenus cumulés sur 30 ans, entre 2011 et 2040.

Exercice 3 (3 points)

Deux formules de placement sont proposées à une personne disposant d'un capital initial de 1 000 €.

La formule A est un placement à intérêts annuels simples.

La formule B est un placement à intérêts annuels composés : contrairement à la formule précédente, les intérêts annuels sont capitalisés. Le taux d'intérêt annuel associé à la formule B est fixé à 4 %.

On note T_n le total du capital initial et des intérêts produits après n années de placement.

- 1) On considère, pour cette question, que le taux d'intérêt annuel de la formule A est de 4,3 %.
 - a) Calculer le montant des intérêts annuels produits, après une année, par le placement du capital initial suivant la formule A.
 - b) Calculer T_3 suivant chacune des deux formules.
- 2) On considère que le capital initial de 1 000 € est placé suivant la formule B. Déterminer le nombre d'années à partir duquel il aura augmenté de moitié.
- 3) Quel doit être le taux d'intérêt annuel minimum associé à la formule A pour que T_{11} soit supérieur ou égal à 1 500 € ?

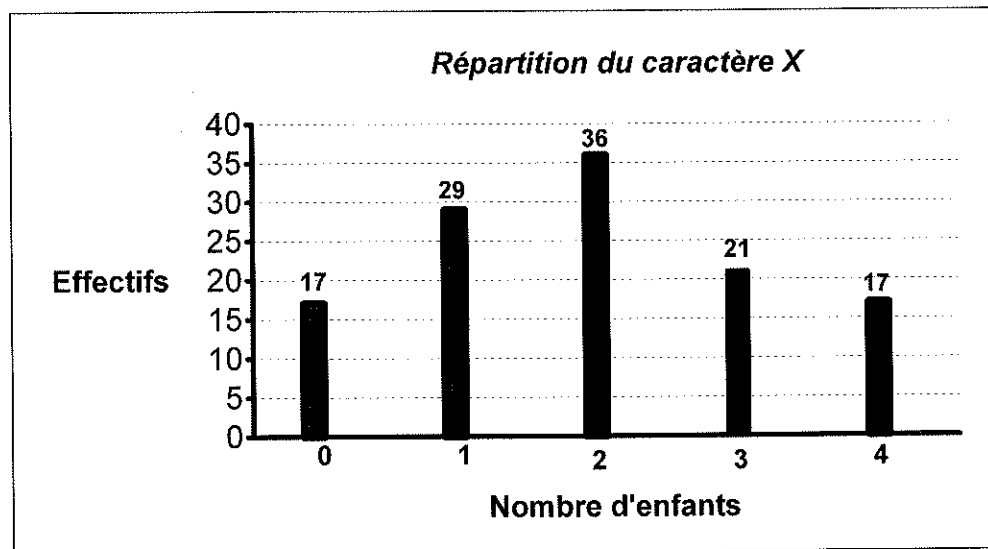
On décrira de manière détaillée le raisonnement utilisé et on arrondira les résultats au centième le plus proche.

Exercice 4 (4 points)

On s'intéresse à la situation familiale et au salaire des employés d'une entreprise. On a ainsi relevé sur l'ensemble des 120 membres du personnel, le nombre d'enfants X et le salaire mensuel Y en euros pour chacun d'eux.

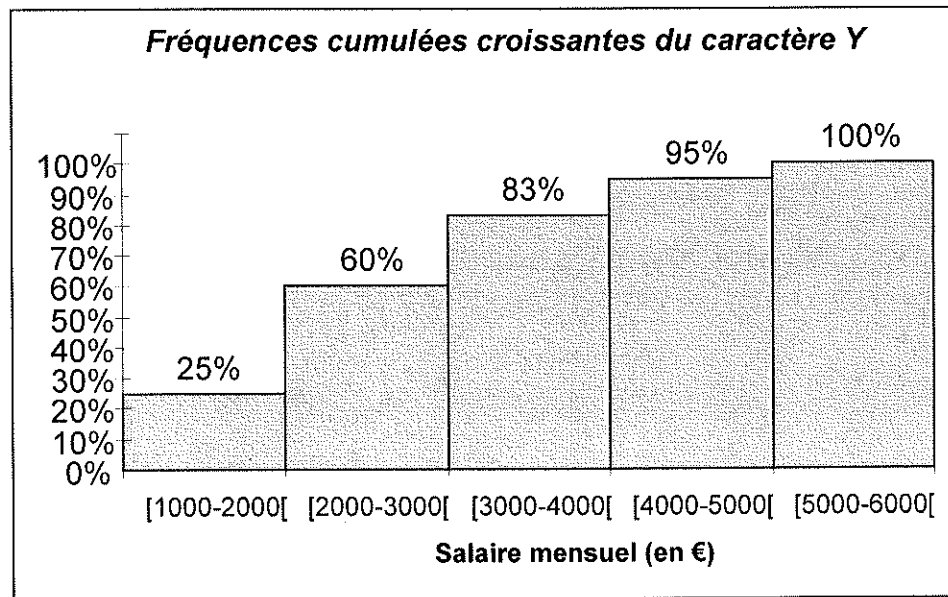
Les deux parties de cet exercice peuvent être traitées de manière indépendante.

- 1) Le diagramme ci-dessous indique la répartition des 120 employés suivant leur nombre d'enfants.



- Donner dans un tableau les fréquences et les fréquences cumulées croissantes du caractère X .
- Calculer la moyenne et l'écart-type de X , dont on donnera des valeurs décimales arrondies au millième le plus proche.
- Calculer les quartiles de X .

- 2) L'histogramme ci-dessous indique les fréquences cumulées croissantes du caractère Y.



- En supposant une répartition uniforme à l'intérieur de chaque classe, déterminer une valeur approchée du salaire médian au sein de cette entreprise. Le résultat sera arrondi à la centaine d'euros la plus proche.
- Donner dans un tableau, pour chaque tranche de salaire, le pourcentage et le nombre de salariés correspondants.
- En considérant un regroupement des effectifs aux centres de chaque classe, calculer le salaire moyen dans cette entreprise. On donnera une valeur décimale arrondie au centième le plus proche.

Pour chaque question, on précisera toutes les formules utilisées et on donnera le détail des calculs.

Exercice 5 (3,5 points)

On considère un jeu classique de 52 cartes. Deux joueurs A et B s'affrontent en appliquant la règle de jeu suivante :

On choisit une carte au hasard.

Si la carte est un pique ou un trèfle, le joueur A gagne et le joueur B lui donne alors 8 €.

Si la carte est un cœur, le joueur A gagne et le joueur B lui donne alors 14 €.

Le joueur B gagne lorsque la carte est un carreau. Soit x le montant que lui donne alors le joueur A.

On appelle gain d'un joueur la somme qu'il reçoit ou qu'il donne lors d'une partie.

- 1) a) Soit G la variable aléatoire correspondant au gain du joueur B.
Donner la loi de probabilité de G .

b) Calculer x pour que l'espérance de G soit nulle.
- 2) Les deux joueurs décident de jouer 4 parties, avec remise systématique de la carte tirée après chaque partie.
 - a) Calculer la probabilité pour que le joueur B gagne une seule partie.
 - b) Calculer la probabilité pour que le joueur B gagne au moins trois parties.
 - c) Calculer la probabilité pour que le joueur B gagne au plus deux parties.

On décrira de manière détaillée le raisonnement utilisé et on arrondira tous les résultats au centième le plus proche.

Exercice 6 (3 points)

Le tableau suivant fournit les prix unitaires et les quantités de trois produits A, B et C en 2009 et 2010.

Soit I_p 2010/2009, l'indice simple des prix unitaires en 2010, base 100 en 2009.

Soit I_q 2010/2009, l'indice simple des quantités en 2010, base 100 en 2009.

Produits	2009		2010		I_p 2010/2009	I_q 2010/2009
	Prix unitaires	Quantités	Prix unitaires	Quantités		
A	70	22		25	92,86	
B		13	40	35	80	269,23
C	110		135	20		133,33

1) Reproduire et compléter le tableau.

Les prix unitaires et les quantités seront arrondis à l'unité, les indices au centième le plus proche.

Pour la suite de l'exercice, on décrira de manière détaillée le raisonnement utilisé et on arrondira tous les résultats au centième le plus proche.

2) a) Calculer l'indice de Laspeyres pour les prix.

b) Calculer l'indice de Paasche pour les prix.