



DIRECTION DES
RESSOURCES HUMAINES
ET DE LA FORMATION

CONCOURS D'ADMINISTRATEUR-ADJOINT 2023

Épreuves d'admissibilité

ÉPREUVE MINEURE : MATHÉMATIQUES

(durée 2 heures – coefficient 2)

Cette épreuve se compose de questions à choix multiples (QCM) et de deux problèmes, faisant appel aux connaissances correspondant aux domaines du programme.

Le sujet est composé de trois exercices indépendants, que chaque candidat peut traiter dans l'ordre de son choix :

- Exercice 1 – 8 points ;
- Exercice 2 – 6 points ;
- Exercice 3 – 6 points.

Le sujet comporte 13 pages (annexe comprise).

L'annexe devra être remise par vos soins aux surveillants lors de la restitution de votre copie. **Elle sera agrafée à votre copie.**

N.B. : L'usage d'une calculatrice de poche, y compris d'une calculatrice programmable et alphanumérique, à fonctionnement autonome, sans imprimante, sans document d'accompagnement est requis (non fournie par le Sénat).

Exercice 1 (8 points)

Pour chaque question, une seule réponse est possible.

La réponse est apportée sur votre copie (en indiquant par exemple 1A, 2C, 3B...)

Barème :

Bonne réponse : + 0,2 point

Mauvaise réponse : - 0,1 point

Abstention : 0 point

1. Un article coûte 150 €. Il augmente de 12 %. Son nouveau prix est :

- A. 162 €
- B. 168 €
- C. 165 €

2. Le prix d'un article passe de 210 € à 201,60 €. Il a baissé de :

- A. 5 %
- B. 3 %
- C. 4 %

3. Un produit augmente de 7 % puis à nouveau de 5 %. Il a augmenté en tout de :

- A. 12,35 %
- B. 12 %
- C. 11,4 %

4. Un article augmente de 20 % puis diminue de 25 %. Son nouveau prix :

- A. A baissé de 9 %
- B. A baissé de 10 %
- C. A baissé de 15 %

5. Le prix d'un article augmente la première année de 10 % puis la seconde année de 14 %. Pour calculer le pourcentage d'augmentation moyenne annuelle de l'article, on effectue le calcul :

- A. $\frac{1,1+1,14}{2}$
- B. $\sqrt{1,1 \times 1,14}$
- C. $\frac{10+14}{2}$

6. Un commerçant applique une réduction de 20 % puis une seconde réduction de 30 %. Un client lui demande d'appliquer d'abord la réduction de 30 % puis la réduction de 20 %.

- A. Le commerçant y perd.
- B. Le commerçant y gagne.
- C. Cela revient au même.

7. La moyenne arithmétique de la série statistique 5 ; 7 ; 10 ; 12 ; 7 est :

- A. 8,2
- B. 8
- C. 9

8. La médiane de la série statistique 5 ; 7 ; 10 ; 12 ; 7 est :

- A. 10
- B. 7
- C. $\frac{7+10}{2}$

9. Dans un groupe de 20 personnes, il y a 12 femmes. Parmi les femmes, 4 pratiquent du sport.

La proportion de femmes sportives dans le groupe est :

- A. 33 %
- B. 20 %
- C. $\frac{1}{3}$

10. Dans un groupe de 20 personnes, il y a 12 femmes. Parmi les femmes, 4 pratiquent du sport.

La proportion de femmes sportives dans le groupe des femmes est :

- A. 33 %
- B. 20 %
- C. $\frac{1}{3}$

11. Un capital de 20 000 € est placé au taux annuel fixe de 4 %. Au bout de 3 ans, le capital disponible sera de :

- A. 22 000 €
- B. 22 495,25 €
- C. 22 497,28 €

12. Pour un emprunt de 2 400 € pendant 1 an 4 mois et 10 jours, une banque demande un intérêt de 196 €. Le taux annuel de placement est égal à :

- A. 6 %
- B. 5 %
- C. 7 %

13. Une voiture contient 5 places. 5 personnes veulent s'y installer. Le nombre de manières différentes d'installer ces 5 personnes dans la voiture est égal à :

- A. 25
- B. 3125
- C. 120

14. On veut choisir un président, un trésorier et un secrétaire pour réaliser le bureau d'une association. 15 personnes prétendent à ces postes. Une personne ne peut occuper deux postes en même temps.

Le nombre de bureaux possibles est :

- A. 3375
- B. 14 348 907
- C. 2730

15. Le nombre de façons de ranger 4 DVD sur deux étagères est :

- A. 2^4
- B. 4^2
- C. $\binom{4}{2}$

16. 3 garçons et 3 filles se rendent au stade de rugby pour voir un match. Ils s'assoient sur le même rang.

Ils peuvent s'asseoir de :

- A. 720 façons différentes
- B. 620 façons différentes
- C. 520 façons différentes

17. Douze lévriers numérotés de 1 à 12 s'apprêtent à se lancer au départ d'une course. On appelle « quinté » dans l'ordre ou le désordre, les numéros des cinq premiers lévriers arrivés.

Le nombre de quintés possibles est :

- A. 732
- B. 7920
- C. 792

18. On joue n fois à PILE ou FACE. Le nombre de résultats possibles est :

- A. 2^n
- B. $\binom{n}{2}$
- C. n^2

19. Au jeu du loto, on écrit dans une grille 6 nombres distincts choisis parmi les nombres de 1 à 49, sans ordre sur les nombres choisis.

Le nombre de grilles possibles est :

- A. 8 613 520
- B. 13 983 816
- C. 10 890 980

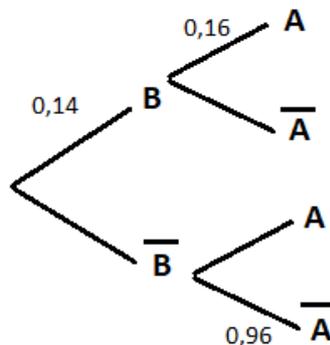
20. Un sac contient trois boules blanches, quatre boules noires et une boule rouge, indiscernables au toucher.

On tire, au hasard et successivement trois boules du sac, en remettant chaque boule tirée dans le sac avant le tirage suivant.

La probabilité de tirer trois boules noires est :

- A. $\frac{\binom{4}{3}}{\binom{8}{3}}$
- B. $\left(\frac{1}{2}\right)^3$
- C. $\frac{4 \times 3 \times 2}{8 \times 7 \times 6}$

21. On a représenté une expérience aléatoire par l'arbre pondéré suivant :



On a alors :

- A. $P(A) = 0,16$
- B. $P(A) = 0,0568$
- C. $P(A) = 0,0224$

22. Soient A et B deux évènements tels que $P(B) = 0,4$ et $P_B(A) = 0,1$. Alors $P(A \cap B)$ est égal à :

- A. 0,25
- B. 0,04
- C. 0,01

23. Deux évènements de probabilité A et B sont dits incompatibles lorsque :

- A. $P(A \cup B) = 0$
- B. $P(A \cap B) = P(A)P(B)$
- C. $P(A \cap B) = 0$

24. Deux évènements de probabilité A et B sont dits indépendants lorsque :

- A. $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.
- B. $P(A \cap B) = P(A)P(B)$.
- C. $P(A \cap B) = 0$.

25. Une urne contient sept boules : quatre boules sont rouges et numérotées de 1 à 4. Trois sont vertes et numérotées de 1 à 3. On tire deux boules au hasard successivement et sans remise.

La probabilité que la deuxième boule tirée soit rouge sachant que la première boule tirée est rouge est :

- A. $\frac{1}{2}$
- B. $\frac{1}{4}$
- C. $\frac{1}{3}$

26. Le tableau ci-dessous donne la répartition des participants à un stage de survie en fonction de leur sexe et de leur département d'origine.

	Hommes	Femmes	Total
Gironde	18	50	68
Landes	11	21	32
Total	29	71	100

On prend au hasard la fiche d'inscription d'un stagiaire qui vient de Gironde. La probabilité que ce soit un homme est :

- A. 0,29
- B. $\frac{9}{34}$
- C. $\frac{18}{29}$

27. Un fabricant de smartphones achète ses écrans chez deux fournisseurs A et B .
 60 % des écrans proviennent du fournisseur A .
 Le fournisseur A a un taux d'écrans défectueux de 1 %.
 Le fournisseur B a un taux d'écrans défectueux de 2 %.
 On prélève au hasard un smartphone dans le stock du fabricant qui est défectueux.
 La probabilité que le smartphone soit défectueux sachant qu'il provient du fournisseur A est :

- A. 0,01
- B. 0,02
- C. 0,002

28. On considère une variable aléatoire X de loi de probabilité donnée par le tableau suivant.

x_i	5	10
$P(X = x_i)$	0,4	0,6

L'espérance $E(X)$ est égale à :

- A. 8
- B. 6
- C. 4

29. X est une variable aléatoire qui suit la loi de probabilité donnée dans le tableau suivant :

x_i	-2	3	4	7	10
$P(X = x_i)$	0,24	0,12	0,2	0,4	0,04

$P(X < 7)$ est égale à :

- A. 0,56
- B. 0,36
- C. 0,96

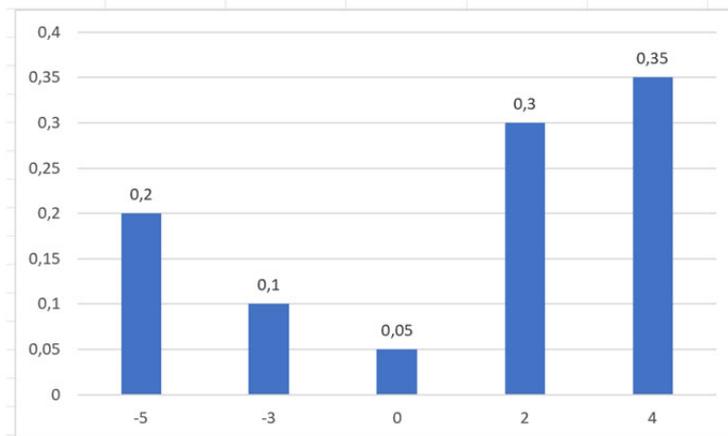
30. Le nombre de caisses en service à midi dans un supermarché est une variable aléatoire X prenant les valeurs 1, 2, 3 et 4.

On a : $P(X = 2) = 0,3$; $P(X = 3) = 0,25$; $P(X = 4) = 0,25$

La probabilité qu'il y ait au moins deux caisses ouvertes à midi est égale à :

- A. 0,6
- B. 0,8
- C. 0,7

31. On donne ci-dessous la représentation graphique de la loi de probabilité d'une variable aléatoire X .



Alors $E(X) =$

- A. 0
- B. 0,7
- C. 0,5

32. Une entreprise fabrique en grande quantité des pièces pour moteurs électriques. La probabilité qu'une pièce choisie au hasard dans la production soit défectueuse est égale à 0,1.

On choisit un échantillon de 10 pièces dans la production. On note X la variable aléatoire qui prend pour valeurs le nombre de pièces défectueuses dans cet échantillon.

La probabilité qu'il y ait exactement 4 pièces défectueuses dans l'échantillon est :

- A. Inférieure à 2 %
- B. Comprise entre 2 et 5 %
- C. Supérieure à 5 %

33. Le tableau suivant donne le poids d'un bébé au bout d'un certain nombre de mois lors de sa première année.

Nombre x_i de mois après la naissance	1	2	3	6	8	10	12
Poids y_i en Kg.	3,6	3,8	4,3	4,9	5,4	6,2	6,8

Le point moyen G du nuage de points associé à ce tableau a pour coordonnées :

- A. $G(6; 5)$
- B. $G(6; 4,9)$
- C. $G(5,5; 4,8)$

34. La covariance d'une série statistique double $X = (x_i)_{i=1,\dots,n}$ et $Y = (y_i)_{i=1,\dots,n}$ est égale à :

- A. $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$
- B. $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 (y_i - \bar{y})^2$
- C. $\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$

35. On considère une série statistique double $X = (x_i)_{i=1,\dots,n}$ et $Y = (y_i)_{i=1,\dots,n}$ et son nuage de points dans un repère orthonormé.

Le point moyen $G(\bar{x}; \bar{y})$:

- A. Appartient à la droite de régression de y en x .
- B. Est le point le plus proche de la droite de régression de y en x .
- C. Est à égale distance de tous les points du nuage de point.

36. Chez un fournisseur, on a relevé au cours des huit derniers mois, les prix x_i (en €) de vente au Kg et les quantités achetées y_i (en tonnes) d'un produit A.

Le tableau suivant donne la répartition.

x_i	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7
y_i	18	17,9	17,6	17,3	17,4	17,2	16,8	17,1

La droite de régression obtenue par la méthode des moindres carrés a pour équation :

$$y = 1,5357x + 19,486$$

Le neuvième mois, le prix de vente au Kg est de 1,8 €. La quantité achetée est :

- A. Environ 20,25 €
- B. Environ 22,25 €
- C. 23,45 €

37. On considère la série statistique double donnée par le tableau ci-dessous.

x_i	2	5	8	11	15
y_i	20	25	38	42	45

Le coefficient de corrélation linéaire de la série est :

- A. Inférieur ou égal à 0,96
- B. Égal à 0,96
- C. Strictement supérieur à 0,96

38. On considère deux évènements A et B tels que $P(A) = 0,2$, $P(A \cup B) = 0,35$ et $P(A \cap B) = 0,15$.

Alors, $P(B) =$

- A. 0,2
- B. 0,3
- C. 0,4

39. Dans une entreprise, 12 salariés gagnent 2000 € par mois, 8 salariés gagnent 3200 € par mois et 4 salariés gagnent 4300 € par mois.

Le salaire médian de l'entreprise est égal à :

- A. 2783 €
- B. 2600 €
- C. 3200 €

40. Lors d'un concours auquel se présentent 100 candidats, si on augmente de 3 points toutes les notes obtenues par les candidats à une épreuve, alors :

- A. La moyenne des notes de l'épreuve augmente de 3 points.
- B. La moyenne des notes de l'épreuve reste la même.
- C. La moyenne des notes de l'épreuve augmente de 0,03.

Exercice 2 (6 points)

En 2022, une étude est réalisée sur un échantillon représentatif de la population française composée de 1 500 individus.

La première question posée est : « Connaissez-vous le commerce équitable ? ».

Le tableau ci-dessous donne la répartition des réponses par âge.

	Moins de 25 ans	25-39 ans	40-59 ans	60 ans et plus	Total
Oui	156	171	150	48	525
Non	258	297	273	147	975
Total	414	468	423	195	1500

1. On interroge une personne au hasard.

a. Quelle est la probabilité que cette personne connaisse le commerce équitable ?

b. On sait que cette personne a moins de 25 ans.

Quelle est la probabilité qu'elle connaisse le commerce équitable ? On donnera le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

c. On sait que cette personne connaît le commerce équitable.

Quelle est la probabilité qu'elle ait moins de 40 ans ? On donnera le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

2. On pose à présent une seconde question : « Connaissez-vous le label AB de l'agriculture biologique ? ».

• Parmi les personnes connaissant le commerce équitable, 504 connaissent le label AB.

• Parmi les personnes ne connaissant pas le commerce équitable, 546 connaissent le label AB.

On interroge une personne au hasard et on considère les événements A et C suivants :

• A : « La personne interrogée connaît le label AB. » ;

• C : « La personne interrogée connaît le commerce équitable. »

a. Que vaut $P(C)$?

b. Déterminer $P_C(A)$.

c. Déterminer $P_{\bar{C}}(A)$.

3. a. Réaliser un arbre de probabilités qui modélise cette étude.

b. Calculer $P(A)$.

c. Un journaliste déclare : « 70 % de la population française connaît le label AB. ».

L'affirmation du journaliste est-elle vraie ?

d. Calculer la probabilité qu'une personne connaisse le commerce équitable sachant qu'elle connaît le label AB.

e. Les événements A et C sont-ils indépendants ?

Exercice 3 (6 points)

Dans cet exercice, on attend le détail des calculs.

Le tableau ci-dessous indique la charge maximale y_i (exprimée en tonnes) qu'une grue peut lever pour une longueur x_i (exprimée en mètres) de la flèche.

Longueur de la flèche x_i	16,5	18	19,8	22	25	27	29	32	35	39	41,7
Charge maximale y_i	10	9	8	7	6	5,5	5	4,5	4	3,5	3,2

Les réponses numériques seront données avec une précision de 10^{-2} .

1. Quelle est le pourcentage de baisse de la charge entre la longueur minimale et la longueur maximale de la flèche ?
2. Représenter le nuage de points $(x_i; y_i)$ dans le repère orthogonal fourni en annexe 3. On placera les points avec la précision permise par le graphique en annexe (**annexe à rendre avec la copie**).
3. **a.** Déterminer une équation de la droite de régression de y en x par la méthode des moindres carrés. On pourra pour cette question utiliser la calculatrice. On arrondira les coefficients au centième.
b. Tracer cette droite sur le graphique précédent.
c. Calculer les coordonnées du point moyen G et le placer sur le graphique. On arrondira les résultats au dixième.
d. Utiliser l'équation de la droite pour déterminer la charge maximale que peut lever la grue avec une flèche de 26 m.

Annexe

Exercice 3

—

Questions 2 et 3

